

# A Sparse Optical Flow Field Calculation Method

Naigong Yu, Li Xu<sup>†</sup>, Xiaogang Ruan

Department of electronic information and control engineering, Beijing University of Technology, 100124, P.R.China

<sup>†</sup>Email: xulicindy@emails.bjut.edu.cn

## Abstract

Optical flow depicts the instantaneous velocity of image pixels between successive images and plays an important part in many computer vision tasks. So, the calculation of optical flow has been the focus of research. However, most optical flow algorithms need to compute velocity at every image points, which is time-consuming and difficult to meet real-time requirements. That greatly hinders the application of optical flow. Furthermore, in some specific tasks, such as motion tracking and mobile robot obstacle avoidance, it is unnecessary to calculate full velocity field. Based on the above mentioned, a sparse optical flow calculation method was proposed in this paper. First of all, Shi-Tomasi corner detection was applied to find corner points with large eigenvalues, then LK optical flow algorithm to calculate optical flow at these points. Experimental results show that not only the running time is greatly reduced but also the accuracy of the optical flow is improved.

**Keywords:** Sparse Optical Flow; Shi-Tomasi Corner Detection; LK Algorithm

## 一种稀疏光流计算方法\*

于乃功, 徐丽, 阮晓钢

北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124

**摘要:** 光流是图像序列中像素点运动的瞬时速度, 在许多计算机视觉任务中发挥着重要作用。因此, 光流的计算一直是人们研究的热点。但是, 大多数光流算法需要计算每个像素点的光流, 算法耗时, 难以满足实时性的要求, 这大大阻碍了光流的应用。而且, 在运动跟踪和机器人避障等具体任务中, 计算全局光流场也是不必要的。基于此, 本文提出一种稀疏光流计算方法, 该方法首先用 Shi-Tomasi 角点检测算法寻找具有大特征值的角点, 然后在寻找的角点处使用 LK 算法求得光流场。实验结果表明该算法不仅运行时间大大减少, 而且光流的精确度也得到提高。

**关键词:** 稀疏光流; Shi-Tomasi 角点检测; LK 算法

## 引言

光流表示的是图像序列之间像素运动的瞬时速度。光流场是一种 2D 矢量速度场, 近似描述了物体的 3D 运动场在 2D 图像平面的投影。光流不仅包含了被观察物体的运动信息, 而且携带着有关景物三维结构的丰富信息, 因此在计算机视觉中, 光流是许多较高层计算机视觉算法的重要输入, 在诸如运动检测、目标分割、跟踪、碰撞时间与物体膨胀的计算、机器人避障及导航以及从运动恢复场景三维结构 (SFM) 等方面<sup>[1]</sup>都发挥着重要作用。特别是, 许多科学家使用光流作为唯一的线索来控制机器人进行避障<sup>[2][3]</sup>。因此, 光流需要精确地计算出来。

现有的计算光流的算法很多, 新的改进的算法也在不断出现。这些算法大致可以分为四类, 分别为基于微分的方法、基于区域的匹配法、基于能量的方法和基于相位的方法<sup>[4]</sup>。光流的概念早在 1950 年就由 Gibson<sup>[5]</sup>提出来了, 但是直到 1981 年, Horn 和 Schunck<sup>[6]</sup>根据灰度一致性假设, 推导出光流约束方程, 光流算法才得

\*国家自然科学基金, 项目批准号: 61075110; 北京市自然科学基金项目/北京市教育委员会科技计划重点项目, 项目批准号: KZ201210005001。

以发展。1981 年, Horn 和 Schunck<sup>[6]</sup>在光流约束方程的基础上附加了光流场全局平滑约束, 推导出了 HS 光流算法。同一年, Lucas 和 Kanade<sup>[7]</sup>两位学者提出一种迭代的图像匹配方法, 此算法可用来估计光流, 称为 LK 算法。Nagel<sup>[8]</sup>是最早利用图像的二阶导数计算光流的研究者之一。基于区域的匹配法则是通过寻找图像序列之间像素的最佳匹配来估计光流的, 代表有 Anandan<sup>[9]</sup>提出的方法。1994 年, Barron<sup>[4]</sup>首次从四类方法中选取比较常用的 9 种, 从精度、可靠性和密度方面定量的比较了这些方法。实验发现, 最可靠的是 LK 的一阶局部微分方法和 Fleet Jepson 的局部相位方法。经过 30 多年的发展, 借助于当今硬件与软件的优势, 光流算法取得了巨大的进步, 各种改进的算法还在不断出现。

上述的算法都是计算图像中每个像素点的全局光流场, 算法耗时, 这大大阻碍了光流技术的应用。而且, 在某些情况下, 如运动检测和跟踪时, 我们不需要计算图像中每个点的光流, 可以选取一些特征点来计算。例如, Toby Low 和 Gordon Wyeth<sup>[2]</sup>就是利用一个稀疏光流场来进行机器人避障控制的。基于此, 本文提出了一种稀疏光流计算方法。

## 1 光流基本约束方程

1981 年, Horn 和 Schunck<sup>[6]</sup>推导出光流约束方程, 奠定了光流算法的基础。光流基本约束方程是在两个假设条件下推导得出的:

(1) 亮度恒定假设。该假设假定物体同一点的亮度在帧间不会发生改变。

(2) 像素点的运动是小运动。即时间的变化不会引起像素点位置的剧烈变化, 灰度是连续变化的, 这样灰度才能对位置求偏导。

假设  $t$  时刻图像上某点  $(x, y)$  的灰度值为  $I(x, y, t)$ 。在  $t + \Delta t$  ( $\Delta t \rightarrow 0$ ) 时刻, 该点运动到新位置  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ , 新位置的灰度记为  $I(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t)$ , 根据假设(1), 同一点的灰度值应该相同, 即:

$$I(x, y, t) = I(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) \quad (1)$$

根据假设(2)对式(1)右边进行泰勒展开, 并忽略掉二阶及以上项, 变形得:

$$I_x \cdot u + I_y \cdot v + I_t = 0 \quad (2)$$

其中:  $I_x = \frac{\partial I}{\partial x}$ ,  $I_y = \frac{\partial I}{\partial y}$ ,  $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$  分别表示图像灰度对空间和时间的偏导数。  $u = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ,  $v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$  分别表示光流的水平和垂直分量。(2)式即为光流基本约束方程, 它将图像灰度的时空梯度与光流两个分量联系起来, 但仅有一个方程无法求得两个未知变量, 还需要引进别的约束。引进不同的约束就形成了不同的光流算法。Lucas 和 Kanade 通过引进局部一阶约束提出了 LK 算法。

## 2 Lucas Kanade 光流算法

1981 年, Lucas 和 Kanade 提出了一阶局部的 LK 算法<sup>[7]</sup>。该算法假设在一个小邻域内, 光流矢量保持不变, 运用最小二乘法获得光流。考虑点  $(x, y)$ , 围绕其建立一个  $n * n$  的小邻域  $\Omega$ , 并假设光流  $U = (u, v)^T$  在这个邻域内保持不变。对邻域  $\Omega$  内的每一个像素我们可以写出一个约束方程, 那么在邻域  $\Omega$  内共可以获得  $N = n^2$  个光流约束方程, 其中第  $i$  个像素的约束方程为:

$$I_{xi} \cdot u + I_{yi} \cdot v + I_{ti} = 0 \quad (3)$$

我们的目标是最小化  $\sum_{(x,y) \in \Omega} (\nabla I(x, y) \cdot U + I_t)^2$ , 这可以通过最小二乘法求解。

上述邻域内每个像素点的光流约束对目标函数的作用相同。为了提高光流估计的精度, 降低误差, 我们使用加权最小二乘法来估计光流的两个分量。对邻域中心的像素点的约束方程给予较高的权重, 邻域边缘较小的权重, 即最小化目标:

$$\sum_{(x,y) \in \Omega} W(x, y) (\nabla I(x, y) \cdot U + I_t)^2 \quad (4)$$

其中,  $W$  是窗函数, 在邻域中心点具有较高值, 边缘点其值较小。用矩阵表示即为:

$$A^T W A \cdot U = A^T W \cdot b \quad (5)$$

其中,  $W = \text{diag}[W(x_1, y_1), W(x_2, y_2), \dots, W(x_N, y_N)]$ ,  $A = [\nabla I(x_1, y_1), \dots, \nabla I(x_N, y_N)]^T$ ,  $b = -[I_t(x_1, y_1), \dots, I_t(x_N, y_N)]^T$ 。

$$A^T W A = \begin{bmatrix} \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_x^2 & \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_x I_y \\ \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_x I_y & \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_y^2 \end{bmatrix},$$

它是一个2\*2的矩阵, 当它可逆时, 可得闭式解:

$$U = (A^T W A)^{-1} A^T W b \quad (6)$$

Barron<sup>[4]</sup>给出了用这种方法估计光流的置信度。假设  $A^T W A$  的特征值为  $\lambda_1 \geq \lambda_2$ , 他指出, 当  $\lambda_2 > \tau$  ( $\tau$  为设置的阈值) 时, 用式(6)估计的光流才是可靠的。本文提出的方法就是受到上述启发, 先提取图像中具有大特征值的像素点, 再对这些像素点利用 LK 算法计算光流。

### 3 本文的稀疏光流算法

本文提出的稀疏光流计算方法包括两个处理过程。第一个过程提取图像中具有大特征值的像素点, 这和角点检测算法的工作原理是一样的。因此在该过程本文采用 Shi-Tomasi 角点检测算法检测角点。第二个过程则为在提取的角点处利用 LK 方法计算光流。

#### 3.1 Shi-Tomasi 角点检测

Shi-Tomasi 角点检测算法<sup>[10]</sup>是 Harris 角点检测算法<sup>[11]</sup>的改进。角点是一种局部特征点, 在角点处, 图像灰度的一阶导数为局部最大, 图像的灰度在各个方向上均有变化。设图像在点  $(x, y)$  处的灰度为  $I(x, y)$ , 以该点为中心建立一个  $n * n$  的窗口  $\Omega$ , 将窗口平移  $[\Delta x, \Delta y]$  产生灰度变化  $E(\Delta x, \Delta y)$  如下式:

$$E(\Delta x, \Delta y) = \sum_{(x,y) \in \Omega} w(x,y) [I(x + \Delta x, y + \Delta y) - I(x, y)]^2 \quad (7)$$

对于微小的平移, 将  $I(x + \Delta x, y + \Delta y)$  进行泰勒展开并忽略二阶及以上项, 带入(7)式得:

$$E(\Delta x, \Delta y) = \Delta x^2 \sum_{(x,y) \in \Omega} w(x,y) I_x^2 + 2\Delta x \Delta y \sum_{(x,y) \in \Omega} w(x,y) I_x I_y + \Delta y^2 \sum_{(x,y) \in \Omega} w(x,y) I_y^2 \quad (8)$$

其中,  $I_x$ 、 $I_y$  分别表示图像灰度在  $x$  和  $y$  方向的偏导数, 将(8)式写成矩阵形式:

$$E(\Delta x, \Delta y) = [\Delta x, \Delta y] M \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中,  $M$  为2\*2矩阵,

$$M = \begin{bmatrix} \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_x^2 & \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_x I_y \\ \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_x I_y & \sum_{(x,y) \in \Omega} W(x,y) I_y^2 \end{bmatrix}.$$

像素点  $(x, y)$  是否为角点就是通过矩阵  $M$  来衡量的。最初的Harris算法<sup>[11]</sup>是将矩阵  $M$  的行列式值与  $M$  的迹相减, 再将差值同预先给定的阈值进行比较来得到角点。后来Shi和Tomasi<sup>[10]</sup>提出改进的方法, 若  $M$  的两个特征值中较小的一个大于阈值, 即  $\lambda_1 \geq \lambda_2$  且  $\lambda_2 > k \cdot \lambda_{2\max}$  ( $\lambda_{2\max}$  是所有像素点较小特征值中的最大值) 则会得到强角点。本文采用Shi-Tomasi算法, 选取合适的窗口大小和窗口函数, 计算每个像素点对应的矩阵  $M$  及其特征值, 然后设定相应的阈值提取图像中的角点。

#### 3.2 角点处的光流计算

利用Shi-Tomasi角点检测算法提取出图像的角点之后, 本文利用之前描述的LK算法计算角点处的光流。从以上两算法的原理推导中可以看出, 若角点检测和LK光流计算选取相同的窗口大小和窗口函数, 则  $M = A^T W A$ , 这样在计算光流时可不必计算  $A^T W A$ , 直接采用角点检测过程中计算的矩阵  $M$  来计算光流, 这将大大节省算法运行时间。因此, 本文在计算角点处的光流时, 选取的窗口大小与窗口函数与角点检测算法

一致。而且由于在角点处的两个特征值都大于0，矩阵  $M$  是可逆的，则  $U = M^{-1}A^TWb$ 。

## 4 算法实验及结果分析

本文用 Matlab7.1 编程实现上述算法。为了与本文提出的通过角点检测的 LK 稀疏光流方法作对比，本文还实现了无阈值的 LK 光流算法。主要从两个方面对比这两种方法，一个是算法运行时间，另一个是计算误差。选取 Barron 提供的光流测试图像序列中的 diverging tree 序列<sup>[4]</sup>为本文算法的验证序列。图 1 为图像序列的第 20 帧和 21 帧，其大小为 150\*150。其真实光流场如图 2。

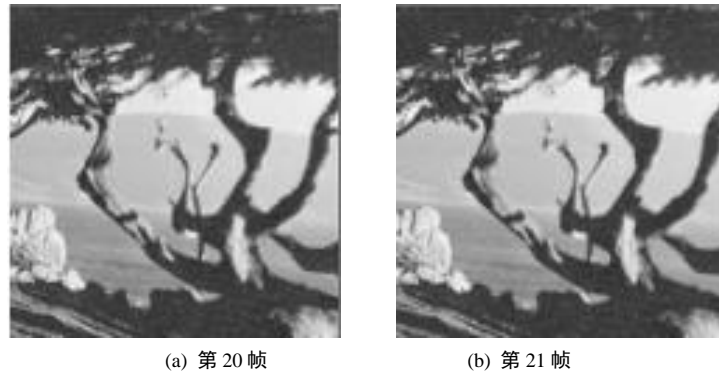


图 1 测试图像序列

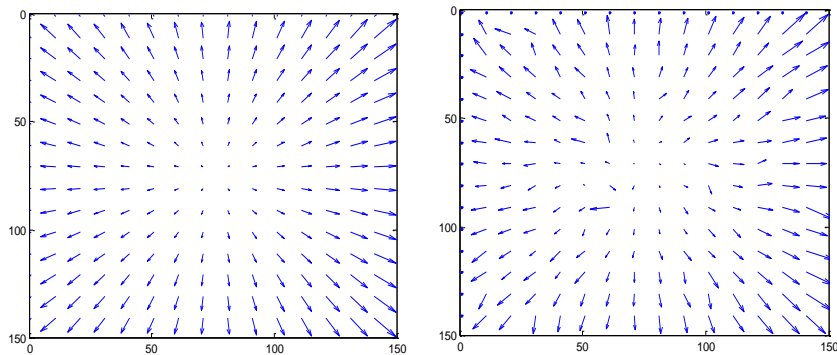


图 2 测试图像序列的真实光流场图

图 3 LK 方法计算出来的致密光流场

在计算光流之前，本文先对图像进行二维高斯滤波，高斯滤波方差为  $\sigma=1$ 。计算图像偏导数时采用的梯度算子依次为： $f_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$   $f_y = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$   $f_t$  为 4 点像素差。窗口函数选择高斯函数，方差为  $\sigma=1$ ，窗口大小为  $5 \times 5$ 。通过设置不同的阈值  $k$ ，可以保留不同数目的角点，进而改变光流的密度。在进行误差评估时，计算的光流与真实光流之间的误差采用两向量之间的夹角表示，取所有角误差的平均值、标准差和单个角误差的最大值来分别对比这两种算法。

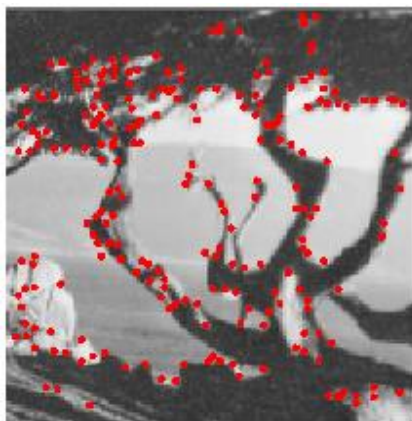


图 4  $k=0.04$  时检测出来的角点

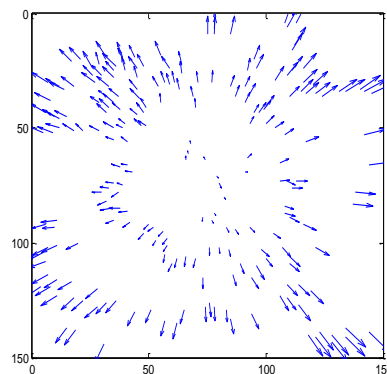


图 5  $k=0.04$  时本文方法计算的稀疏光流场

图 3 所示为用原始 LK 方法计算出来的致密光流场。图 4 所示为设置  $k=0.04$  时检测出来的角点，图 5 所示为在图 4 所示角点处计算出来的稀疏光流场。表 1 为两算法的运行时间及误差对比。

表 1 两种算法的对比

算法	运行时间(s)	平均角误差	标准差	最大单个角误差	密度
原始LK算法	1.068	7.333°	9.333°	108.541°	100%
本文算法 ( $k=0.04$ )	0.205	3.767°	3.004°	17.756°	1%
本文算法 ( $k=0.005$ )	0.257	4.188°	4.709°	50.352°	1.6%

从表1两种算法的对比中可以看出，相比于原始LK算法，本文算法的运行时间大大减少。而且，采用本文方法计算得到的光流精确度得到提高，平均角误差和标准差都有一定的改善，尤其最大单个角误差大大减小。而且，通过设置不同的  $k$ ，可以获得不同密度的光流场。当  $k$  增大时，保留的角点数目减少，因此光流密度减少，但此时光流的精确度得到提高。

## 5 结论

针对计算全局光流场时间耗费巨大的问题，本文提出一种稀疏光流计算方法。该方法首先用Shi-Tomasi角点检测算法提取图像中的角点，然后在角点处使用可靠的LK算法计算光流。由于不需要计算每个像素点的光流，该算法能大大节省时间。而且，通过角点检测，使得采用LK方法计算光流更加可靠，即本文方法计算光流更加精确。

本文算法是基于三个假设的。第一个是亮度一致性假设，若光照发生变化或存在遮挡问题，该假设将不成立，估计的光流会存在较大误差，这是光流算法普遍存在的问题。第二个假设是像素点的运动是小运动，若物体的运动较大时，我们可以利用多分辨率的金字塔解决这个问题。第三个假设是LK方法特有的，即假设一个邻域内光流矢量保持不变，合适的窗口选择对算法的性能有很大影响。

## REFERENCES

- [1] Guofeng Liu, Changqian Zhu. Techniques for Optical Flow Computation[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1997, 32(06): 656-662
- [2] T. Low, G. Wyeth. Obstacle Detection Using Optical Flow[C]. Proc. Australasian Conference on Robotics and Automation, Sydney, Australia, 2005
- [3] K. Souhila, A. Karim. Optical Flow Based Robot Obstacle Avoidance[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2007, 4(1): 13-16
- [4] D.J. Fleet, J.L. Barron and S.S. Beauchemin. Performance of Optical flow Techniques[J]. International Journal of Computer Vision, 1994, 12(1): 43-77
- [5] James Jerome Gibson. The Perception of the Visual World[M]. Houghton Mifflin, 1950
- [6] B. K. P. Horn, B. G. Schunck. Determining Optical Flow[J], Artificial Intelligence, 1981, 17(1-3), 185-203
- [7] B. Lucas, T. Kanade. An Iterative Image Registration Technique with an Application to Stereo Vision[C], Proc. DARPA IU Workshop, 1981: 121-130
- [8] Hans-Hellmut Nagel, Displacement Vectors Derived from Second\_order Intensity Variations in Image Sequences[J], CGIP, 1983, 21(1): 85-117
- [9] P. Anandan, A Computational Framework and an Algorithm for the Measurement of Visual Motion[J]. International Journal of Computer Vision, 1989, 2(3): 283-310
- [10] JB. Shi and C. Tomasi. Good Features to Track[C]. Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Seattle, 1994, pages 593-600

- [11] Chris Harris and Mike Stephens. A Combined Corner and Edge Detector[C]. Proceedings of The Fourth Alvey Vision Conference. 1988, pages 147-151
- [12] Simon Baker, Daniel Scharstein, J. P. Lewis, et al. A Database and Evaluation Methodology for Optical Flow[J]. International Journal of Computer Vision, 2011, 92(1): 1-31

### 【作者简介】



<sup>1</sup> 于乃功（1966-），男，汉族，2005 年获北京工业大学博士学位，目前任北京工业大学电子信息与控制工程学院教授，研究方向：机器人学、机器视觉、人工智能。Email: yunaigong@bjut.edu.cn

<sup>2</sup> 徐丽（1988-），女，汉族，北京工业大学硕士学位，研究方向：机器视觉、机器人技术。

Email: xulicindy@emails.bjut.edu.cn

<sup>3</sup> 阮晓钢（1958-），男，汉族，目前任北京工业大学电子信息与控制工程学院教授，研究方向：控制科学与工程、机器人学、人工智能。Email: adrxg@bjut.edu.cn