

Research of Heavy Rain 10-30 Day Extended Range Predictability Based on Chaos Theory

Zhiye Xia^{1,†}, Lisheng Xu², Yongqian Wang¹, Zhihong Liu¹

¹ College of Resources and Environment, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China

² Key Laboratory of Middle Atmosphere and Global Environment Observation, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China

[†]Email: xiazhiye@cuit.edu.cn

Abstract

The extended range predictability of severe weather on the time scale of 10-30 day is a hot topic recently. We have applied a novel method named nonlinear cross prediction error (NCPE) model to extended range predictability research. We took one hundred rainstorm events as research examples over the world, and the variable is Precipitable Water (PWAT) time series. Firstly, the movement error of local attractor in phase space was calculated in the different rainstorm stages based on NCPE model. And then, we analyzed the local change characteristics of the attractors' movement, which corresponding to the rainstorm chaotic system on the base of Eigen-peaks. In the end, a preliminary conclusion was made that, validity periods for 1-2 day, 3-9 day and 10-30 day are 4, 22 and 74 events, respectively, it has 74 events that reach to the extended range time scale. It shows that, NCPE model is more effective to discover local movement characteristics of chaos system. This method provides a new idea for the extended range predictability of severe weather.

Keywords: Nonlinear Cross Prediction Error; Extended Range Predictability; Phase Space; Local Relative Dynamic Error

基于混沌理论的暴雨 10-30 天延伸期可预报性研究 *

夏志业¹, 许丽生², 王永前¹, 刘志红¹

1. 成都信息工程大学资源环境学院, 四川 成都 610225

2. 中国科学院大气物理研究所中层大气与全球环境探测实验室, 北京 100029

摘要: 暴雨 10-30 天延伸期预报是当前业务预报的盲点, 也是难点, 对防灾减灾起着非常重要的作用。结合非线性动力统计方法, 基于混沌理论, 建立一非线性交叉预测误差模式, 对暴雨 10-30 天延伸期预报可行性研究。以全球 100 例暴雨为研究对象, 主要采用混沌单变量大气可降水 (PWAT) 数据, 在相空间中, 分析暴雨混沌过程不同阶段的局部吸引子对非线性相对动力的误差, 研究吸引子局部动态变化特征; 基于预报特征峰, 分析暴雨预报时效。研究发现, 预报时效为 1-2 天, 3-9 天, 10-30 天分别为 4 例, 22 例和 74 例, 有 74 例达到延伸期时间尺度预报, 无漏报空报现象。结果表明, 建立的非线性交叉预测误差模式能较好模拟暴雨 10-30 天延伸期预报, 准确率较高。该模式为灾害或极端天气延伸期预报及大气可预报性研究提供了一个新的思路, 也为耦合多变量混沌系统的极端天气预测研究提供了参考。

关键词: 非线性交叉预测误差; 延伸期预报; 相空间; 局部相对动力误差

引言

暴雨在全球是一种普遍的危害性天气, 极易引发山体滑坡、泥石流及城市内涝等次生灾害。目前 24 小

* 基金资助: 受国家自然科学基金 (41505012), (41471305) 和四川省杰出青年基金 (2015JQ0037) 共同资助。

时暴雨预报准确率平均约为 20%，而延伸期预报是衔接短中期天气预报和长期及气候预测之间的 10-30 天时间尺度的“时间缝隙”预报，是业务预报的盲点，也是难点。大量业务和研究表明，数值模式预报^[1-2]和集合预报方法^[3-4]都能提高预报技巧，但目前仍有很多地方需要完善。数值预报可接受的准确意义上限是 5 天左右，10 天之后的预报能力迅速降低，尽管数值预报能力大大提高，但 10 天以上的预报效果几乎没改进^[5]。这是因为 10-30 天延伸期预报对天气系统初始条件和边界条件同等敏感，预报模式需考虑这两者的共同影响，这要求在理论和方法上寻找新的支持。李建平等^[6]建立了非线性误差增长理论研究全球大气和天气可预报性的时空分布，表明大气可预报性平均可达 20 天，为延伸期预报提供了理论参考。另外，基于 MJO 方法^[7]的延伸期预报存在低纬度要求，限制了该方法的推广。孙国武等^[8]提出了低阶天气图法，针对强降水预报可提前 10-45 天，目前该方法还有待进一步完善。丑纪范等^[9]针对大气系统的可预报分量和混沌分量采用不同策略，研究 10-30 天延伸期天气预报，并提出有必要结合动力和统计的技巧来提高延伸期预报准确度，即需充分挖掘非线性天气系统的混沌特征来研究延伸期预报。国际上针对 10-30 天延伸期预报的研究还比较少，而暴雨等灾害性天气甚至极端天气的延伸期预报对防灾减灾等具有非常重要的科学及现实意义。本文基于混沌理论建立了一个非线性交叉预测误差模式，在相空间中分析暴雨混沌过程的局部动力变化特征，研究暴雨延伸期预报的时效性。

1 非线性交叉预测误差模式

在大气运动中，气候是一个典型的非平稳系统，混沌是其一种基本运动形式，吸引子是反映系统混沌运动的特征，是系统总体稳定和局部不稳定共同作用的产物^[10]。现有气候预测方法，几乎无一例外地建立在稳定性假定基础上，这有悖于气候过程的基本性质，有可能是导致气候预测水平低下的重要理论原因。因此本文基于混沌理论建立非线性交叉预测误差(NCPE: Diagonal Nonlinear Cross Prediction Error)模式，在相空间中描述吸引子的局部动态变化特征，揭示延伸期预报时效性。

对一混沌单变量非线性时间序列 $z(n)$ ，传统方法是建立一系列样本 $z_i(n)$ ，估计参数 $R(i)$ 在一定阈值范围内变化，分析特征参数的统计概率分布，但其敏感特征往往因平均而被削弱或湮灭。在非线性时间序列分析中，常通过相空间理论在 m 维状态空间中重构吸引子 $Z = \{z(n), n=1, \dots, N_Z\}$ ， N_Z 为原序列经相空间重构后吸引子相点总数，则单个轨迹相点可表示为 $z(n) = \{z(n), z(n+T), \dots, z[n+(m-1)T]\}$ ，其中 T 为时间延迟， m 为嵌入维数， Z 为全局吸引子。此时常用方法是计算混沌系统的关联维 D_C ，信息维 D_I 以及 Lyapunov 指数等，检测相点在相空间中不同空间尺度的时间分布特征，该方法能定性分析全局吸引子的非平稳特征，但对混沌过程的局部结构变化则显得无力。因此，本文建立的模式则是通过非线性交叉误差的思想，重点突出局部吸引子对的相对动力误差关系，即 $r(i, j)$ 。

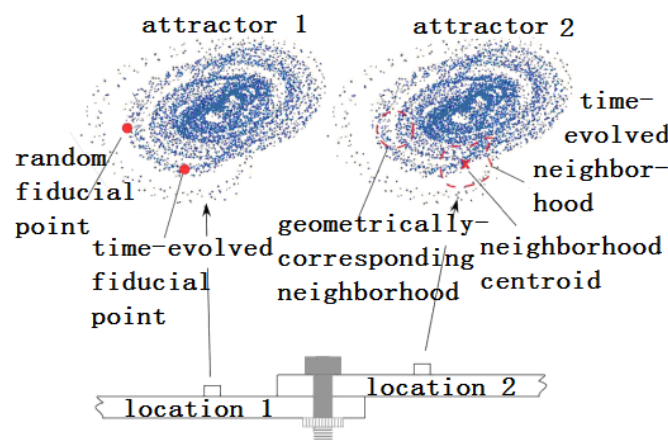


图 1 非线性交叉预测误差算法示意图

为描述方便，我们定义两吸引子为 Z_1 ， Z_2 （ Z_1 、 Z_2 也可为同一吸引子的两个局部），如下图 1，以

Z_1 上任一轨迹相点簇 $z_1(f)$ 为基准相点，在 Z_2 中创建满足关系式 (1) 的 $z_1(f)$ 的几何对应临近相点，计为 P 。

$$z_2(p_q) = \{ |p_q - f| \} w, q = 1, \dots, P \quad (1)$$

w 为假临近距离，临近点个数太多，将无法突出系统的局部动态特征，太少又会对噪声比较敏感，因此，根据文献^[11]的规则，我们确定 $P = N_Z / 1000$ 。

经时间步长 s 演变后， $z_1(f)$ 相点簇在 Z_1 轨迹中演化为状态 $z_1(f+s)$ （局部 1），其几何对应假临近点在 Z_2 中的演变（局部 2），可根据质心平均约束，由下式(2)预测：

$$z_2(s) = \frac{1}{P} \sum_{q=1}^P z_2(p_q + s) \quad (2)$$

则以 Z_1 为数据基，对 Z_2 预测的相对动力误差可用下式(3)表示：

$$r(Z_1, Z_2) = \sqrt{\frac{1}{N_Z - m}} \|z_2(s) - z_1(f+s)\| \quad (3)$$

(3)式为非线性交叉预测误差（NCPE）核心算式， Z_1 、 Z_2 为吸引子局部状态， $\|\bullet\|$ 为欧几里得范数， $r(Z_1, Z_2)$ 表示两吸引子演化的局部相对动力误差，为一矩阵。这类似于时间域或频率域的传输函数（如 AR 过程），但 AR 过程是假设时间序列是其自身之前时间序列的线性组合，即 $x(n+1) = \sum_{k=0}^M a_k x(n-k)$ ，而 NCPE 模式是在相空间计算混沌系统吸引子局部对的交叉误差，即系统任意局部的相对运动变化，这有利于监测吸引子的局部动态变化特征，分析混沌系统的发生发展行为。特别地，若将一全局吸引子按一定尺度 L 分成若干连续的相轨迹 $\{z_i, z_j, 1, \dots, i, j, \dots, N_L\}$ ， N_L 为总段数。则一般地， $r(Z_i, Z_j) \neq r(Z_j, Z_i)$ ，这也证明了混沌系统不可逆，当 $i=j$ 时， $r(z_i, z_i)$ 称为对角非线性交叉预测误差(DNCPE: Diagonal Nonlinear Cross Prediction Error)，是本文研究的重点。

2 暴雨案例分析

2.1 数据质量控制

本文选取全球近十多年来 100 例暴雨事例进行研究，采用 NOAA NCEP-NCAR/PWAT（大气柱可降水量）再分析数据，其时间分辨率每天 4 时次，水平分辨率为 $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ 经纬度，全球共 144×73 个网格点。数据选取方法为：选取包含暴雨时间段在内的 31 天或更多天数据，并保证暴雨过后有近 5 天数据，以便在相空间中观察暴雨前后 NCPE 演变特征，分析暴雨的发生发展机制。其数据预处理包括如下 5 步：

第一步，最优插值。由于混沌自身分形结构以及非线性序列分析对数据长度的要求，采取二阶非线性分形插值及度规熵^[12]约束获取序列最优插值倍数(OIT: Optimal Interpolation Time)。第二步，据 Takens 定理^[13]相空间重构，把原序列矢量化到 m 维相空间。第三步，基于互信息法^[14]求时间延迟 T 。第四步，利用 G-P 算法^[15]求关联维 D ，第五步，FNN 假临近法^[16]求嵌入维数 m ，并且满足 $m \geq 2D+1$ 。

2.2 事例验证与分析

如图 2 为 1996 年 7 月 21 日重庆特大暴雨（降水量 206mm）的对角非线性交叉预测误差(DNCPE)，选取 31 天的 PWAT 数据（1996 年 7 月 1-31 日）。参数 OIT=43， $T=16$ ， $m=4$ ，最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1=0.1128 > 0$ ，证明序列为混沌。序列相空间重构后，将全局吸引子分成 31 个连续相轨迹状态段，即每天对应一状态（分解时间尺度为 1 天），相轨迹状态反映了暴雨混沌吸引子每天的相变化。在第 11 段（天）DNCPE 误差最大，本文通过大量的统计计算，选取峰阈值为 1.5，认定误差大于阈值 1.5 则为特征峰。暴雨在 21 段（天）发生，此特征峰认为是吸引子相对最不稳定的过渡带，而在暴雨发生时及其后阶段误差均比较平滑，说明此时吸引子轨迹趋于相对稳定，我们将此峰作为预报特征峰，则该例预报时效为 10 天。

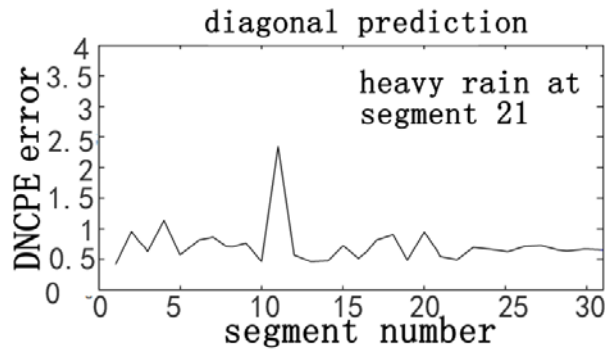


图 2 对角非线性交叉预测误差 (1996.7.21 暴雨, 中国重庆)

特别说明的是, 上文将整个 PWAT 序列构造的全局吸引子分成 31 个连续相轨迹状态段, 即每天对应一状态, 该 31 个连续段即等同于图 1 的 Z_1 、 Z_2 或局部 1 和局部 2, 即此时对应于全局吸引子的 31 个局部, 因此观察该 31 个局部各自或相互间的关系, 来挖掘吸引子的局部动态特征, 是很有意义的工作。

具体地, 图 3 为该例的非线性交叉预测误差(NCPE)图, 即以 X 相轨迹段为数据基对 Y 轨迹段预测的相对动力误差, 6 个误差区域是有普遍代表性的。斜率为 1 的对角线是 DNCPE, 效果同图 2, 且该矩阵不对称, 说明了混沌系统不可逆。区域 1 代表以第 11 段相轨迹为数据基预测的 NCPE, 其对各段 (Y 轴) 的预测误差均较大; 同理, 区域 5 表示以各段 (X 轴) 为数据基对第 11 段的 NCPE, 相对动力误差总体也均较大, 综合说明了吸引子局部 (第 11 段) 最不稳定, 即可解释为预报特征。区域 2 为以初始 1-5 相轨迹段为数据基预测的相对动力误差, 均比较大, 可能如同 Simmons 等^[17]人观点, 在现代数值天气预报的初始阶段, 初始误差的作用大一些, 而随着预报时效的增长, 模式误差的作用变得更加重要。区域 3 和区域 4 分别表示暴雨前后几天 (19-21 段, 22-31 段) 的各自相对动力误差, 均较小且平滑, 说明暴雨前后几天各自吸引子局部结构相对稳定, 由此判断吸引子局部结构的相对动力突变应是在暴雨前较长一段时间, 即区域 1。区域 6 表示暴雨前后临近几天之间 (20-31 段) 的相对动力误差, 从 X 轴方向看, 误差是一个逐步减小的过程, 说明吸引子局部结构是一个缓慢变化的过程, 但期间不存在突变。

同理, 图 4 为 2007 年 7 月 1,24-25 信阳的两次特大暴雨(226mm)的 DNCPE, 参数 OIT=50, T=19, $m=4$, $\lambda_1=0.0833$, 特征峰在 8 和 30 段, 暴雨分别在 17 和 40 段, 则预报时效分别为 9,10 天, 对两次暴雨过程均能准确预报。

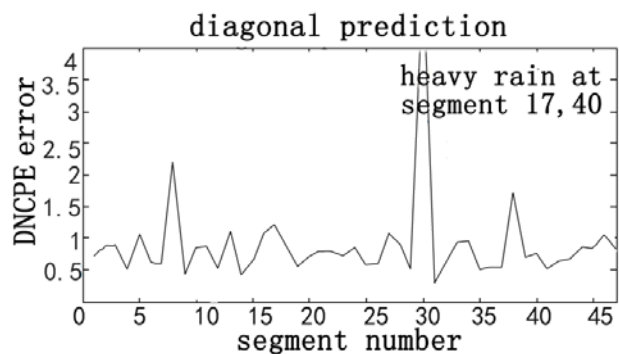
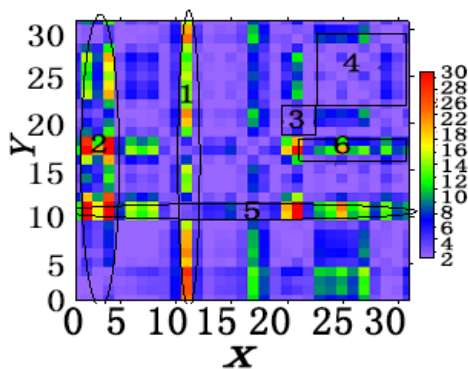


图 3 非线性交叉预测误差矩阵(1996.7.21 暴雨,中国重庆) 图 4 对角非线性交叉预测误差 (2007.7.1,24-25 暴雨,中国信阳)

3 比较与分析

时间序列分为定常与非定常^[18]两种, 如上文暴雨 PWAT 要素属非定常序列。本文用两定常序列作 NCPE 模式的相应计算。以一高斯序列为例, 其最大 Lyapunov 指数 $\lambda_1=1.2927>0$, 表明高斯序列会产生混沌。将其分成 46 段, 参数 $m=3$, $d=15$, 图 5 为该高斯序列的 DNCPE, 误差比较平滑, 说明高斯序列相空

间重构后的吸引子中不存在局部突变特征。

近年我国云南部分地区持续干旱，以楚雄干旱为例，图 6 为 2012 年 7 月 16-8 月 14 日的楚雄地区 PWAT 数据模拟的 DNCPE，该时间段无明显降水。参数 $m=4, d=19, OIT=47, 0 < \lambda_1 = 0.0293 < 1$ ，表明该干旱天气系统仍为混沌且，但 DNCPE 平滑，无明显特征峰，与实际天气记录相符。图 6 也说明了，NCPE 模式可能基于 PWAT 对干旱监测不敏感，或与时间尺度对模式的影响有关。因此需要分析不同灾害性天气的气象要素场对 NCPE 模式的敏感性问题的，本文不做展开。

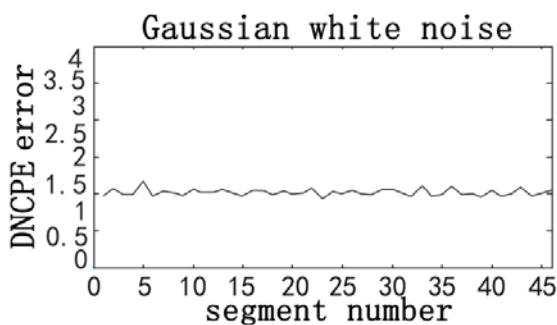


图 5 对角非线性交叉预测误差（高斯白噪声序列）

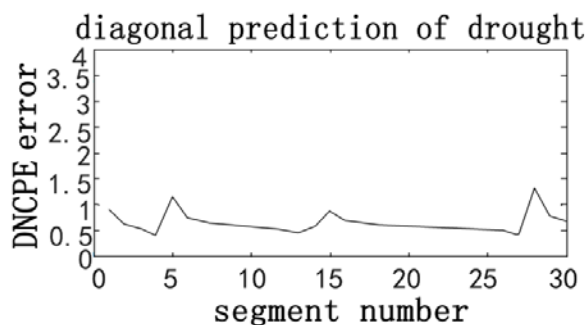


图 6 对角非线性交叉预测误差（2012.7.16-8.14 干旱,中国楚雄）

本文研究了全球 100 例暴雨，暴雨均显示为混沌状态，图 7 为对 100 例暴雨案例基于 NCPE 模式计算的延伸期预报时效统计，预报时效为 1-2 天，3-9 天，10-30 天分别为 4 例，22 例和 74 例，无漏报空报。需要说明的是，本文的无漏报空报是指对预报特征峰而言的，暴雨落区等预报是本课题的下一步研究工作。

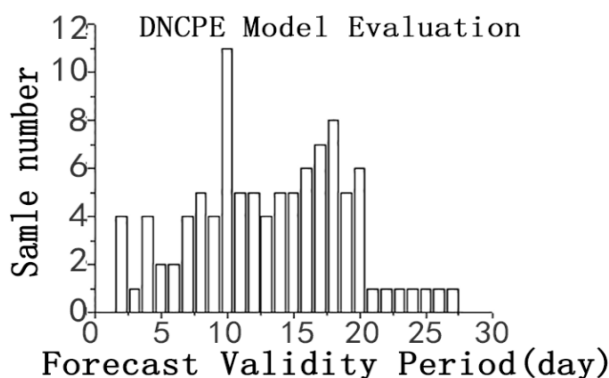


图 7 暴雨预报时效案例统计

4 结论

本文基于混沌系统单变量时间序列，在相空间重构基础上，结合非线性动力统计理论，建立了一个非线性交叉预测误差(NCPE)模式，研究可得，NCPE 模式可计算暴雨混沌系统局部吸引子对的非线性交叉误差，描述吸引子的局部动力变化特征，能监测暴雨混沌过程的发生发展机制。对全球 100 例暴雨研究，预报时效为 1-2 天，3-9 天，10-30 天分别为 4 例，22 例和 74 例，有 74 例达到延伸期时间尺度的预报，且无漏报空报现象。初步研究显示，该模式时间尺度上能实现暴雨 10-30 天延伸期预报，准确率较高。且理论上可证明，在探测数据长度及模式分割尺度 L 的综合平衡下，NCPE 模式能观测暴雨不同时间尺度下的混沌运动特征。该方法可为开发高时空分辨率的多源数据，建立多变量的混沌系统模型来预测灾害性天气，提供了一个新的思路。

本文后续工作是如何嵌入混沌多变量气象要素，完善非线性交叉预测误差预报模式，提高延伸期预报精度？深入研究模式对暴雨、台风、暴雪等不同灾害或极端天气的延伸期预报功能及其要素敏感性问题？深入分析初始误差、随机误差和参数误差对 NCPE 模式的影响？

REFERENCES

- [1] HUANG Yanyan, XUE Jishan, WAN Qilin, et al.. Improvement of the Surface Pressure Operator in GRAPES and Its Application in Precipitation Forecasting in South China[J].Adv. Atmos. Sci., 2013. 30(2):354-366.
- [2] Zhang, X. L., S. Y. Tao, and J. H. Sun, Ingredients-based heavy rainfall forecasting[J]. Chinese J. Atmos. Sci., 2010, 34(4):754--766. (in Chinese)
- [3] Mu M, W Duan, Q Wang, and R Zhang. An extension of conditional nonlinear optimal perturbation approach and its applications [J]. Nonlin. Processes Geophys.,2010,17: 211-220.
- [4] Gao S T, Ran L K. Diagnosis of wave activity in a heavy-rainfall event [J]. J. Geophys. Res., 2009, 114: D08119, doi: 10.1029/2008JD010172.
- [5] Chou, J. F., and H. L. Ren. Numerical weather prediction--necessity and feasibility of an alternative methodology [J]. Journal of Applied Meteorological Science, 2006, 17(2):240--244. (in Chinese)
- [6] Li Jianping, Ruiqiang Ding. Temporal-Spatial Distribution of Atmospheric Predictability Limit by Local Dynamical Analogs [J]. Mon. Wea. Rev., 2011, 139:3265--3283.
- [7] Madden R A, Julian P R. Detection of a 40 -50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific [J] .Journal of the Atmospheric Sciences. 1971, 28(5):702- 708.
- [8] Sun, G. W., F. Xin, C. Y. Kong, B. M. Chen, and J. H. He. Atmospheric low-frequency oscillation and extended range forecast. [J]. Plateau Meteorology, 2010:, 29(5): 1142--1147. (in Chinese)
- [9] Chou, J. F., Z. H. Zheng, and S. P. Sun. The think about 10-30 d extended-range numerical weather prediction strategy-facing the atmosphere chaos [J]. Scientia Meteorologica Sinica, 2010, 30(5):569--573. (in Chinese)
- [10] Yang, P. C., and X. J. Zhou. On nonstationary behaviors and prediction theory of climate systems [J].Acta Meterologica Sinica, 2005, 63(5), 556--570. (in Chinese)
- [11] L Pecora, T Carroll. Discontinuous and nondifferentiable functions and dimension increase induced by filtering chaotic data [J]. Chaos, 1996,6: 432--439.
- [12] Zhiye Xia, Xu Lisheng. Research on Optimal Interpolation Times of Nonlinear Time-Series Using Metric Entropy and Fractal Interpolation, [C].IWCFTA, International Workshop on, 2010: 411-415.
- [13] Takens, F.. Detecting strange attractors in turbulence. Dynamical Systems and Turbulence. Lecture Notes in Mathematics, D. Rand and L. S. Young, Eds.. [M]. Springer, 366--381. 1981.
- [14] Kantz, H., and T. Schreiber. Nonlinear Time Series Analysis. [M].Cambridge University Press, 388 pp. 1997.
- [15] Ledrappier, F. Some relations between dimension and Lyapounov exponents [J]. Commun. Math. Phys., 1981, 81, 229--238.
- [16] Kennel, M. B., R. Brown, and H. D. I. Abarbanel. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction [J]. Phys. Rev. A, 1992, 45: 3403--3411.
- [17] Simmons, A. J., R. Mureau, and T. Petroliaxis. Error growth and estimates of predictability from the ECMWF forecasting system. [J]. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., 1995, 121:1739--1771.
- [18] Peter J Brockwell, Richard A Davis. Time Series:Theory and Methods. [M].New York: Springer Press, 20-24. 2001.

【作者简介】



¹ 夏志业（1984-），男，汉族，博士，讲师，研究方向：大气遥感与非线性科学。Email: xiazhiye@cuit.edu.cn

² 许丽生（1940-），男，汉族，本科，教授。研究方向：卫星遥感与非线性科学。Email: xulisheng@cuit.edu.cn

³ 王永前（1985-），男，汉族，博士，副教授。研究方向：卫星遥感与水汽反演。Email: wyqq@cuit.edu.cn

⁴ 刘志红（1967-），女，汉族，博士，教授。研究方向：数值模拟与遥感应用。Email: wxzlh@cuit.edu.cn